III. Transferul de caldura

Multe operatii din ingineria chimica si din alte domenii cum ar fi: *incalzirea, racirea, evaporarea, condensarea, uscarea, distilarea, rectificarea, cristalizarea* si altele presupun asigurarea unui anumit regim termic in utilajele in care se realizeaza aceste operatii si care necesita *introducerea*, *evacuarea* sau *pastrarea* caldurii in aceste utilaje.

Fenomenele legate de caldura pot fi *procesele de transformare a energiei* – obiectul *termodinamicii* sau procesele de *schimb de caldura* – obiectul *transferului de caldura* sau al *termocineticii*.

Transferul de caldura este un capitol al ingineriei proceselor care cuprinde ansamblul de consideratii fizice (teoretice si experimentale) si tehnice care au ca obiectiv explicarea mecanismelor prin care se realizeaza transportul caldurii, cat si determinarea cantitativa a caldurii transportate.

Transferul de caldura in interiorul unui corp sau de la un corp la altul este conditionat de o diferenta de temperatura care reprezinta *forta motoare* sau *potentialul procesului*.

Conform principiului I al termodinamicii doua corpuri pot schimba intre ele caldura pana la atingerea echilibrului termic, adica pana la egalarea temperaturilor corpurilor.

Principiul II al termodinamicii arata ca transformarile spontane in sisteme finite se desfasoara in sensul cresterii entropiei sistemului (dS>0), ceea ce inseamna ca in astfel de sisteme caldura trece spontan de la corpul mai cald la cel mai rece.

Exista trei mecanisme prin care se realizeaza transferul de caldura: *conductivitatea termica (conductia), convectia* si *radiatia termica*.

Pentru usurarea studiului este convenabil sa se analizeze individual mecanismele prin care se realizeaza transferul, desi se reaminteste ca in majoritatea cazurilor transmiterea caldurii se face simultan prin cel putin doua mecanisme.

III.1. Mecanismele transferului de caldura

a) *Conductivitatea termica* este mecanismul de transfer care se realizeaza la nivel molecular ca rezultat al ciocnirilor elastice intre moleculele sau ionii substantei ca urmare a oscilatiilor sau deplasarii lor. Moleculele cu energie mai mare prin ciocnire cu moleculele sau ionii cu energie mai mica le cedeaza o parte din energia lor cinetica, astfel incat caldura se transmite din aproape in aproape in tot corpul.

La corpurile metalice solide transferul de caldura se realizeaza si prin transportul energiei de catre electronii liberi. Intensitatea conductivitatii este mxima la metale, deoarece sunt posibile ambele mecanisme, prin *ciocniri elastice* intre ionii retelei cristaline si *prin electroni liberi*. La lichide si la gaze conductivitatea este rezultatul *ciocnirilor elastice intre molecule*. Aceasta este mai intensa la lichide decat la gaze deoarece distanta dintre molecule este mai mica la lichide decat la gaze. Deoarece acest mecanism se realizeaza la nivel molecular conductivitatea termica este cunoscuta si sub numele de *transfer de caldura prin mecanism molecular.*

b) *Convectia* este mecanismul de transfer in interiorul aceleiasi faze sau intre faza diferite, care se realizeaza ca efect al deplasarii si amestecarii macroscopice a fluidului.

Altfel spus un fluid in miscare transporta cu sine o cantitate de caldura.

In functie de cauza care determina deplasarea fluidului, convectia poate fi *libera (naturala)* sau *fortata*.

In *convectia libera* caldura este transferata cu fluidul care se deplaseaza *ca rezultat al unei diferente de densitate in masa fluidului*, care apare ca o consecinta a unei *diferente de temperatura*.

In *convectia fortata* deplasarea si amestecarea fluidului este rezultatul unei forte *exterioare transmisa* fluidului printr-un mijloc mecanic cum ar fi *o pompa, un ventilator, un agitator*, etc.

Convectia fortata asigurand viteze mai mari de deplasare a fluidului este mult mai intensa decat *convectia libera*.

c) *Radiatia termica* este mecanismul de transmitera a caldurii prin propagarea radiatiilor termice care sunt unde electromagnetice cu lungimea de unda, **λ**, cuprinsa intre 0,8 si 40 μm. Transformarea caldurii in energie radianta si invers are loc printr-un fenomen complex de *oscilatie interatomica* si *intraatomica*. Energia radianta este transportata prin spatiu de radiatiile termice care se *transforma partial sau total in caldura atunci cand acestea intalnesc un corp mai rece*.

Corpurile in *stare condensata* (lichide si solide) la care distanta dintre molecule sau ioni este de ordinul lungimilor de unda ale radiatiilor emit si absorb radiatiile pe o grosime foarte mica, practic la suprafata lor. Gazele la care distanta dintre molecule este mult *mai mare decat lungimea de unda a radiatiilor termice emit si absorb radiatiile in volum.*

Daca conductivitatea si convectia sunt legate de existenta unui mediu material in cazul radiatiei energia se poate transporta si prin vid datorita *capacitatii undelor electromagnetice de a se propaga in vid*. Un exemplu este incalzirea Pamantului de la Soare.

III.2. Marimi caracteristice in transferul de caldura

Transferul de caldura se realizeaza atata timp cat *forta motoare* este diferita de zero, adica atata timp cat intre doua corpuri sau intre doua puncte ale aceluiasi corp exista *o diferenta de temperatura*.

Totalitatea temperaturilor dintr-un mediu considerat se numeste *camp de temperatura*. Temperatura este un parametru de stare scalar care este o functie de coordonatele spatiale si de timp:

$$T=f(x,y,z,t) \qquad \text{(III.1)}$$

Daca temperatura este independenta de timp atunci:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0 \qquad \text{(III.2)}$$

si regimul de temperatura este *stationar* iar functia de temperatura devine: T=f(x,y,z,)

In cazul in care temperatura *variaza in timp* regimul de temperatura este *nestationar*.

Locul geometric al tuturor punctelor dintr-un corp care au aceeasi temperatura formeaza in spatiu o *suprafata izoterma*.

Considerand doua suprafete izoterme avand temperaturile **T**, respectiv **T+ΔT**, situate la distanta **Δl**, masurata pe directia normala la aceste suprafete, prin definitie:

$$\lim_{\Delta l \to 0} \frac{\Delta T}{\Delta l} = \frac{\partial T}{\partial l}$$ (III.3) defineste gradientul de temperatura

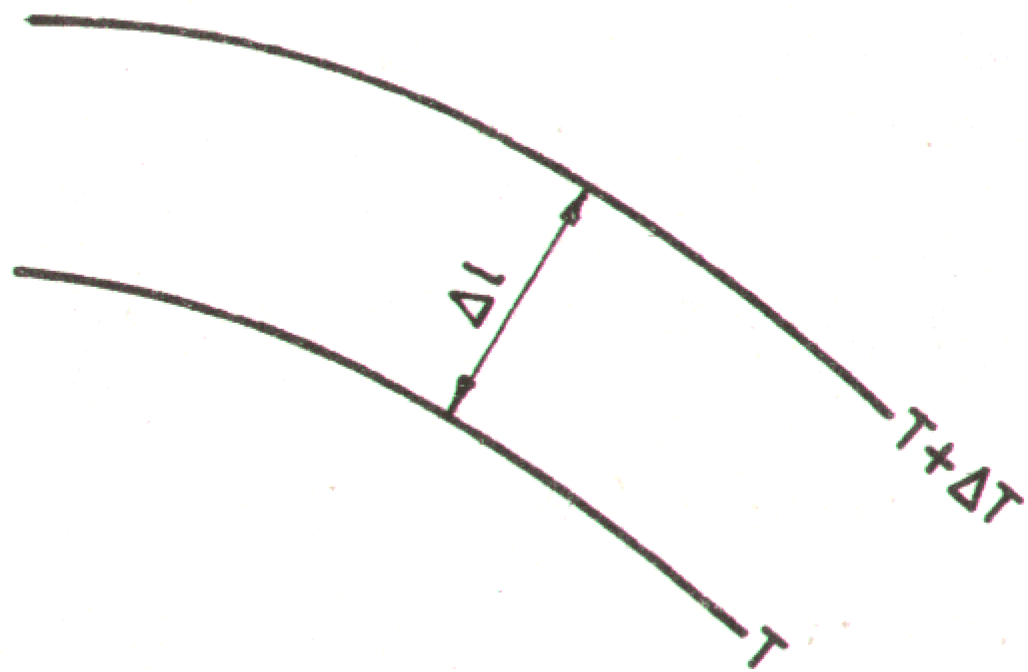

Fig. III.1
Suprafeţe izoterme într-un corp.

Cantitatea de caldura, **Q'** schimbata intre corpuri sau in interiorul aceluiasi corp reprezinta o forma de *energie*.

Cantitatea de caldura transferata in unitatea de timp, **Q**, este *fluxul de caldura*:

$$Q = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta Q'}{\Delta t} = \frac{dQ'}{dt}, \qquad \left[\frac{J}{s} = W\right] \qquad \text{(III.4)}$$

In regim stationar *fluxul (debitul)* de caldura este constant in timp.

Cantitatea de caldura transferata in unitatea de timp prin unitatea de suprafata se numeste *flux termic unitar* (*solicitare termica* sau *incarcare termica*), si este notat cu **q**.

$$q = \frac{1}{A} \cdot \frac{dQ'}{dt} = \frac{Q}{A}, \qquad \left[\frac{W}{m^2}\right] \qquad \text{(III.5)}$$

III.3. Transfer de caldura prin conductivitate

Conductivitatea termica se poate realiza prin corpuri solide lichide sau gazoase, dar la fluide nu se poate realiza o conductivitate “pura” deorece in cazul acestora este prezenta si convectia libera. Din aceasta cauza se considera ca acest mecanism este specific solidelor.

III.3.1. Legea Fourier. Coeficientul de conductivitate termica

Ecuatia care exprima fluxul de caldura transferat prin conductivitate, in regim stationar se numeste *Legea Fourier* :

$$Q = -\lambda \cdot A \cdot \frac{\partial T}{\partial l} \qquad \text{(III.6)}$$

Fluxul de caldura transferat prin conductivitate este proportional cu aria sectiunii normala la directia transferului, **A** si cu gradientul de temperatura, $\frac{\partial T}{\partial l}$. Coeficientul de proportionalitate notat cu **λ** se numeste *coeficient de conductivitate termica*. Semnul minus este dat de valoare negativa a gradientului de temperatura.

Tinand cont de relatia dintre *fluxul termic* si *fluxul termic unitar* (q=Q/A) ecuatia Fourier poate si scrisa si sub forma:

$$q = \frac{Q}{A} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial l} \qquad \text{(III.7)}$$

Coeficientul de conductivitate termica exprima usurinta cu care se transfera caldura print-un corp prin acest mecanism.

Unitatea de masura a coeficientului de conductivitate termica rezulta din Legea Fourier:

$$[\lambda]_{SI} = \frac{W}{m \cdot K} \qquad (III.8)$$

λ este o proprietate fizica importanta in practica de care se tine cont la alegerea materialelor de constructie a utilajelor sau a materialelor cu rol de izolatoare termice.

Pentru majoritatea materialelor **λ** variaza liniar cu temperatura, conform relatiei:

$$\lambda = \lambda_0 (1 + k \cdot T) \qquad (III.9)$$

In functie de valorile lui **λ**, materialele se clasifica astfel:

-*materiale termoizolante*, avand:

$$\lambda = 0{,}023 \div 0{,}12 \ \frac{W}{m \cdot K}$$

-*materiale refractare (de constructie)* avand:

$$\lambda = 0{,}6 \div 3{,}5 \ \frac{W}{m \cdot K}$$

-*materiale metalice (metale si aliaje),* avand

$$\lambda = 8{,}5 \div 458 \ \frac{W}{m \cdot K}$$

Materialele cu conductivitate mica (termoizolatoare) se folosesc pentru *izolarea termica a aparatelor incalzite* in scopul de a se limita pierderile de caldura in mediul exterior si din motive de protectia muncii.

Dintre substantele uzuale aerul are conductivitatea cea mai mica, totusi folosirea unor mantale cu aer nu asigura o izolare termica eficienta datorita *convectiei libere* care se manifesta in paralel cu *conductivitatea*.

Pentru a limita convectia libera se recomanda ca aerul sa fie divizat in volume cat mai mici. Asa se explica proprietatile termoizolatoare ale unor materiale cu structura poroasa sau fibroasa cum ar fi: *vata de sticla, vata de zgura, azbestul, pluta, polistirenul expandat,* etc.

Daca in pori patrunde apa care are **λ** de circa 25 de ori mai mare decat a aerului, conductivitatea creste semnificativ.

III.3.2. Ecuatia diferentiala a distributiei temperaturilor intr-un mediu imobil

Fluxul de caldura transferat prin conductivitate se poate calcula din *legea Fourier*, daca se cunoaste gradientul de temperatura. Pentru a calcula acest gradient trebuie cunoscuta functia de distributie a temperaturilor in corp. Aceasta functie se poate determina prin integrarea ecuatiei diferentiale a distributiei temperaturilor in corp.

Daca mediul material prin care se transfera caldura este un corp solid atunci mecanismul transferului de caldura este conductivitatea termica, iar ecuatia care da distributia temperaturilor in corp este *ecuatia diferentiala a conductivitatii termice*. Aceasta ecuatie exprima legea conservarii caldurii, care se aplica asupra unui volum elementar al unui mediu imobil (solid).

Ecuatia generala de bilant termic se exprima prin relatia:

$$\begin{bmatrix} \textit{Fluxul de caldura} \\ \textit{acumulat in} \\ \textit{elementul de volum} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \textit{Fluxul de caldura} \\ \textit{intrat in elementul de} \\ \textit{volum prin conductivitate} \end{bmatrix} -$$

$$- \begin{bmatrix} \textit{Fluxul de caldura} \\ \textit{iesit din elementul de} \\ \textit{volum prin conductivitate} \end{bmatrix} \qquad \text{(III.10)}$$

Aceasta ecuatie se aplica unui volum de forma paralelipipedica cu dimensiunile laturilor: Δx, Δy si Δz. Acumularea totala de caldura in elementul de volum, Q_{ac}, este data de suma acumularilor de caldura dupa cele trei directii ale sistemului de coordonate:

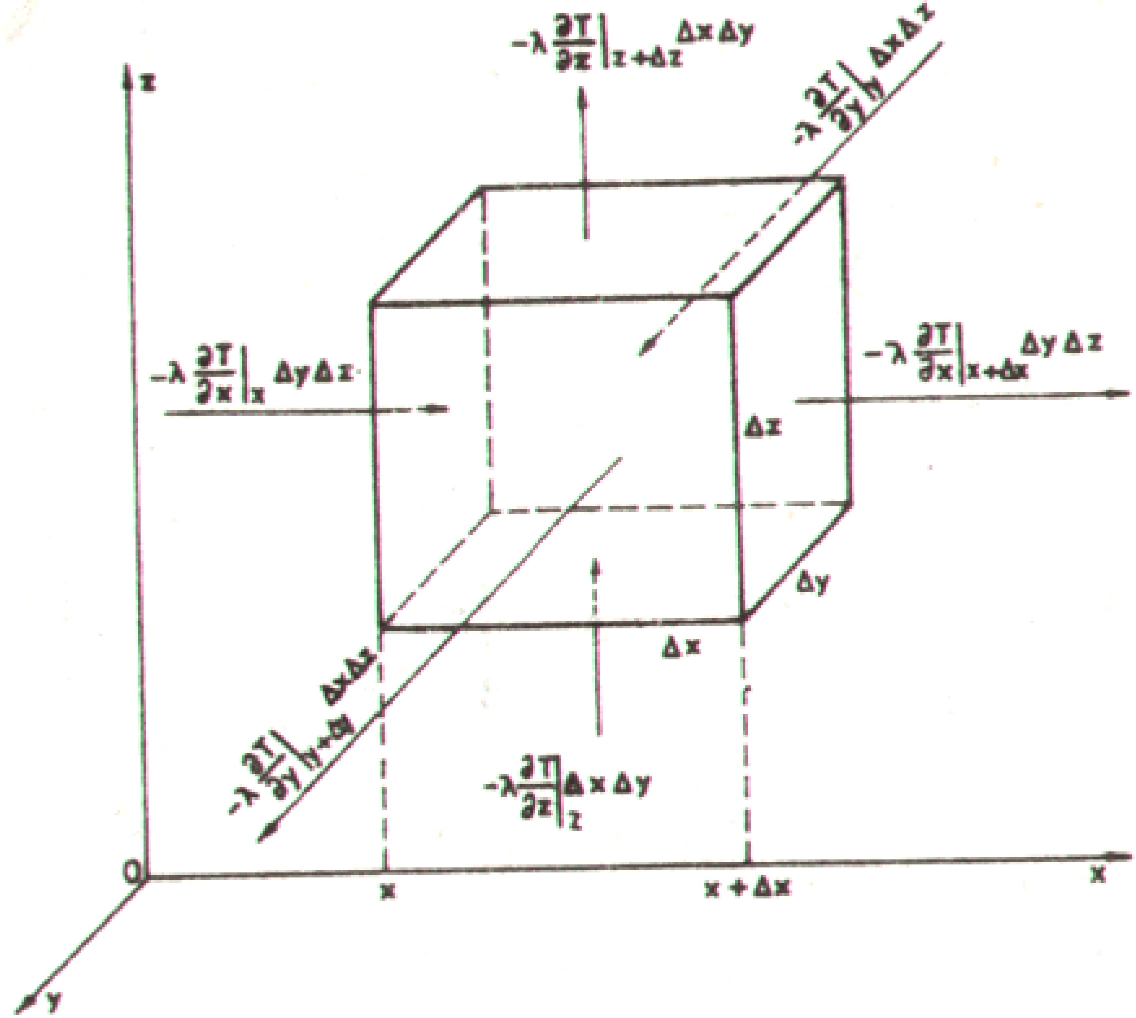

Fig. III.2
Element de volum paralelipipedic pentru deducerea ecuaţiei Fourier.

$$Q_{ac} = Q_{ac_x} + Q_{ac_y} + Q_{ac_z} \qquad \text{(III.11)}$$

Acumularea dupa fiecare directie se determina aplicand relatia generala pentru directia respectiva:

adica: $$Q_{ac_x} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}\Big|_x \cdot \Delta y \Delta z - \left(-\lambda \frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{x+\Delta x} \cdot \Delta y \Delta z \right)$$

$$Q_{ac_x} = \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{x+\Delta x} - \lambda \frac{\partial T}{\partial x}\Big|_x \right) \Delta y \Delta z \qquad \text{(III.12)}$$

respectiv, pentru directia y:

$$Q_{ac_y} = \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y+\Delta y} - \lambda \frac{\partial T}{\partial y}\Big|_y \right) \Delta x \Delta z \qquad \text{(III.13)}$$

iar pentru directia **z**:

$$Q_{ac_z} = \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \bigg|_{z+\Delta z} - \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \bigg|_{z} \right) \Delta x \Delta y \qquad \text{(III.14)}$$

Acumularea de caldura in volumul de referinta determina variatia in timp a temperaturii acestuia, deci acumularea totala poate fi exprimata prin relatia:

$$Q_{ac} = \rho \Delta V c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \rho \Delta x \Delta y \Delta z c_p \frac{\partial T}{\partial t} \qquad \text{(III.15)}$$

Prin urmare:

$$\rho \Delta x \Delta y \Delta z c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x}\bigg|_{x+\Delta x} - \lambda \frac{\partial T}{\partial x}\bigg|_{x} \right) \Delta y \Delta z +$$

$$+ \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y}\bigg|_{y+\Delta y} - \lambda \frac{\partial T}{\partial y}\bigg|_{y} \right) \Delta x \Delta z$$

$$+ \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z}\bigg|_{z+\Delta z} - \lambda \frac{\partial T}{\partial z}\bigg|_{z} \right) \Delta x \Delta y \qquad \text{(III.16)}$$

Tinand cont ca prin definitie:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\lambda \frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{x+\Delta x} - \lambda \frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{x}}{\Delta x} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) \qquad \text{(III.17)}$$

rezulta:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) \qquad \text{(III.18)}$$

Relatia de mai sus este ecuatia *diferentiala generala a conductivitatii* fiind valabia in cazul in care **λ** depinde de coordonatele **x,y** si **z** (corp anizotrop) si atunci cand **λ** variaza semnificativ cu temperatura.

Pentru corpurile *omogene si izotrope* pentru care conductivitatea este independenta de temperatura, **λ**, este constant si:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x}\right) = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \qquad \text{(III.19)}$$

iar relatia anterioara devine:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \tag{III.20}$$

sau :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \tag{III.21}$$

Raportul :

$$a = \frac{\lambda}{\rho c_p} \tag{III.22}$$

se numeste *coeficient de difuzivitate termica*

Folosind operatorul Laplace notat cu: $\nabla^2 T$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \cdot \nabla^2 T \qquad \text{(III.23)}$$

Ecuatia de mai sus da distributia temperaturilor in *regim nestationar* intr-un *mediu imobil omogen si izotrop cu λ=const*. Cazuri particulare:

- *in regim stationar* :

$$\nabla^2 T = 0 \qquad \text{(III.24)}$$

- *la transfer dupa o singura directie*:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \qquad \text{(III.25)}$$

- *la transfer dupa o singura directie in regim stationar* (in acest caz derivata partiala se transforma in derivata totala):

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = 0 \qquad \text{(III.26)}$$

III.3.3. Transfer de caldura prin conductivitate in regim stationar

In cazul regimului stationar ecuatia diferentiala a condutivitatii termice se simplifica deoarece: $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$. Daca, in plus, caldura se transfera numai dupa o singura directie, ecuatia cu derivate partiale se reduce la o ecuatie diferentiala ordinara, care se integreaza direct. Asemenea situatii sunt intalnite si in *cazul transferului de caldura prin conductivitate prin pereti plani sau cilindrici*.

III.3.3.1. Transfer de caldura prin pereti plani-paraleli, in regim stationar

Se considera un perete solid plan, omogen cu suprafata mult mai mare decat grosimea **δ**. Pe fetele opuse ale peretelui se mentin constante temperaturile $\mathbf{T_{p1}}$ respectiv $\mathbf{T_{p2}}$ cu $\mathbf{T_{p1} > T_{p2}}$.

Daca temperaturile fetelor opuse sunt constante, intre punctele de pe aceste suprefete nu se schimba caldura (acestea fiind suprafete izoterme).

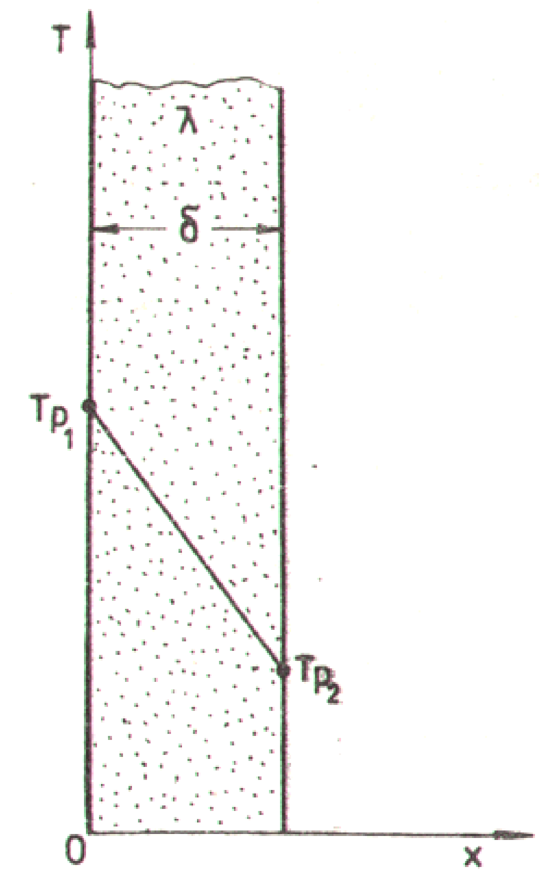

Fig. III.3
Distribuţia temperaturilor printr-un perete plan omogen.

Fluxul de caldura schimbat intre cele doua fete ale peretelui plan se calculeaza din legea Fourier:

$$Q = -\lambda \cdot A \frac{dT}{dx} \qquad \text{(III.27)}$$

Gradientul de temperatura **dT/dx** se poate determina din functia care da variatia variatia temperaturilor in perete: **T=f(x)**, iar aceasta functie rezulta din integrarea ecuatiei distributiei temperaturilor in regim stationar dupa o singura directie:

$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0 \qquad \text{(III.28)}$$

Ecuatia diferentiala de mai sus se integreaza succesiv, obtinand dupa prima integrare:

$$\frac{dT}{dx} = C_1 \qquad \text{(III.29)}$$

iar dupa a doua integrare:

$$T = C_1 x + C_2 \qquad \text{(III.30)}$$

Constantele de integrare C_1 si C_2 se determina din conditiile limita:

$$\begin{aligned} &\text{la}: \quad x = 0, \quad T = T_{p1} \\ &\text{rspectiv la}: \quad x = \delta, \quad T = T_{p2} \end{aligned} \qquad \text{(III.31)}$$

Aplicand aceste conditii limita rezulta:

$$C_1 = \frac{T_{p2} - T_{p1}}{\delta}, \quad \text{iar} \quad C_2 = T_{p1} \qquad \text{(III.32)}$$

si deci distributia temperaturilor in perete va fi data de functia:

$$T = \frac{T_{p2} - T_{p1}}{\delta} x + T_{p1} \qquad \text{(III.33)}$$

deci pentru un perete omogen variatia de temperatura in perete este liniara. Gradientul de temperatura rezulta din derivarea relatiei anterioare:

$$\frac{dT}{dx} = C_1 = \frac{T_{p2} - T_{p1}}{\delta} \qquad \text{(III.34)}$$

Rezulta ca fluxul de cadura transferat prin peretele plan va fi dat de relatia:

$$Q = \frac{\lambda}{\delta} A\left(T_{p1} - T_{p2}\right) = \frac{A\left(T_{p1} - T_{p2}\right)}{\frac{\delta}{\lambda}} \qquad \text{(III.35)}$$

Forta motoare prin perete este $\Delta T_p = T_{p1} - T_{p2}$. Raportul **δ/λ** reprezinta *rezistenta peretelui la transferul prin conductivitate*, iar **A** este suprafata peretelui plan.

In cazul in care peretele plan este format din mai multe straturi de grosimi si conductivitati termice diferite (*perete compozit*) se demonstreaza ca fluxul de caldura in regim stationar printr-un astfel de perete este proportional cu suprafata de transfer **A**, cu potentialul transferului ΔT_p si invers proportional cu rezistenta termica totala a peretelui.

Pentru deducerea ecuatiei care da fluxul de caldura transferat prin peretele compozit se considera ca acesta este format din trei straturi diferite.

Daca *regimul este stationar* caldura acumulata in peretele este nula, ceea ce inseamna ca prin fiecare strat al peretelui se transfera acelasi flux de caldura **Q** care se calculeaza pentru fiecare strat cu relatia cunoscuta:

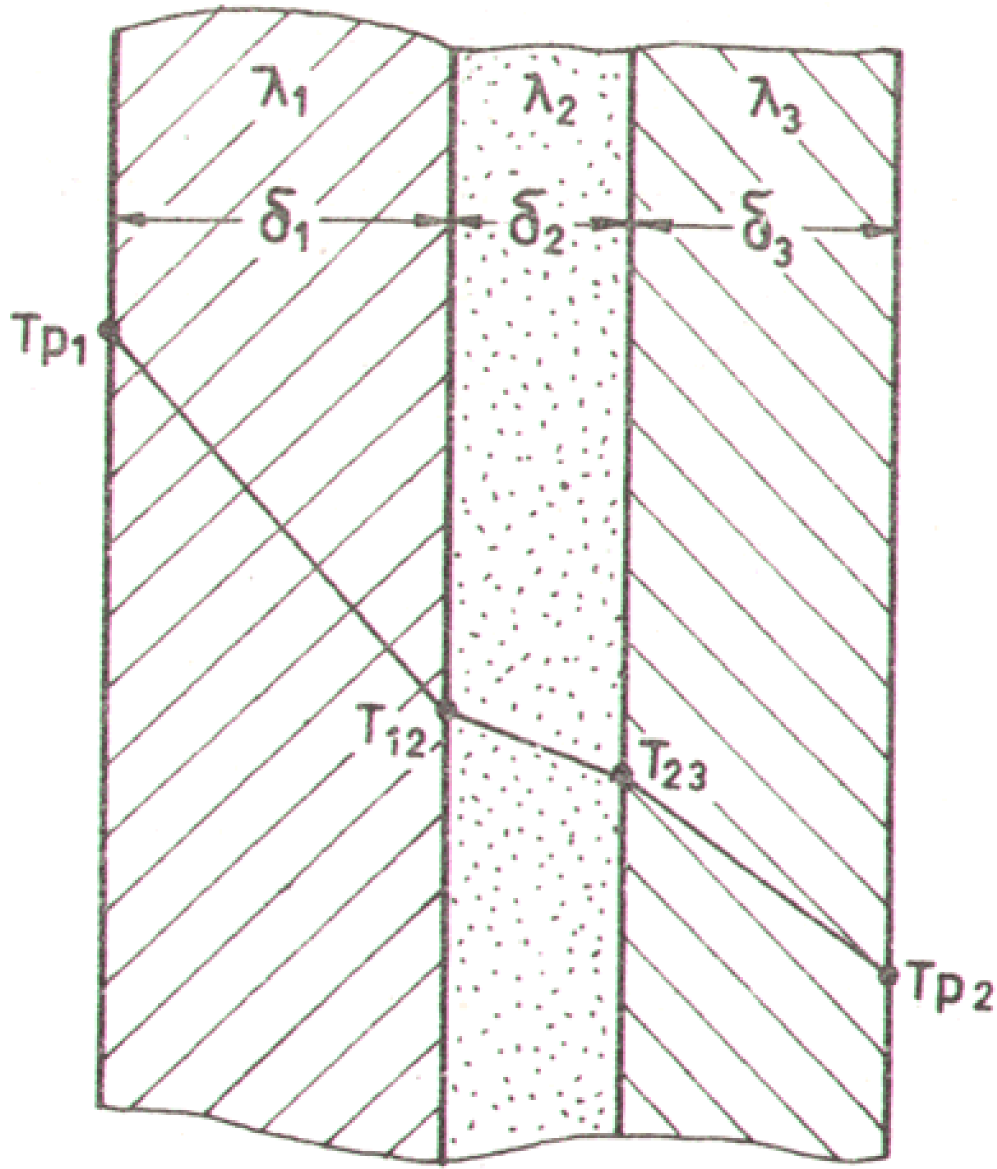

Fig. III.4
Căldura transferată printr-un perete plan compus din mai multe straturi

– pentru primul strat :

$$Q = \frac{\lambda_1}{\delta_1} A\left(T_{p1} - T_{12}\right) \tag{III.36}$$

– pentru al doilea strat :

$$Q = \frac{\lambda_2}{\delta_2} A\left(T_{12} - T_{23}\right) \tag{III.37}$$

– pentru al treilea strat :

$$Q = \frac{\lambda_3}{\delta_3} A\left(T_{23} - T_{p2}\right) \tag{III.38}$$

De unde:

$$T_{p1} - T_{12} = \frac{Q}{A} \cdot \frac{\delta_1}{\lambda_1} \qquad \text{(III.39)}$$

$$T_{12} - T_{23} = \frac{Q}{A} \cdot \frac{\delta_2}{\lambda_2} \qquad \text{(III.40)}$$

$$T_{23} - T_{p2} = \frac{Q}{A} \cdot \frac{\delta_3}{\lambda_3} \qquad \text{(III.41)}$$

Adunand membru cu membru relatiile (III.39 – III.41), se obtine:

$$T_{p1} - T_{p2} = \frac{Q}{A}\left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}\right) \qquad \text{(III.42)}$$

sau :

$$Q = \frac{A\left(T_{p1} - T_{p2}\right)}{\left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}\right)} \qquad \text{(III.43)}$$

Prin generalizare:

$$Q = \frac{A\left(T_{p1} - T_{p2}\right)}{\sum_{i=1}^{n} \frac{\delta_i}{\lambda_i}} = \frac{A\Delta T_p}{\sum_{i=1}^{n} \frac{\delta_i}{\lambda_i}} \qquad \text{(III.44)}$$

$\frac{\delta_i}{\lambda_i}$ = rezistenta stratului i

$\sum_{i=1}^{n} \frac{\delta_i}{\lambda_i}$ = rezistenta totala a peretelui

III.3.3.2. Transfer de caldura prin pereti cilindrici, in regim stationar

Transferul de caldura prin pereti cilindrici este un caz care prezinta importanta practica deoarece multe utilaje in care se realizeaza operatii cu transfer de caldura sunt construite din tevi sau tuburi (schimbatoare e caldura, reactoare chimice s.a.)

In cazul peretilor cilindrici *suprafetele izoterme sunt concentrice, dar variabile pe raza*. Pentru calculul fluxului de caldura printr-un perete cilindric se considera un cilindru de lungime **L**, cu raza interioara $\mathbf{R_1}$ si raza exterioara $\mathbf{R_2}$. Deoarece $\mathbf{T_{p1} > T_{p2}}$ transferul de caldura se face dupa o singura directie care este *directia radiala*.

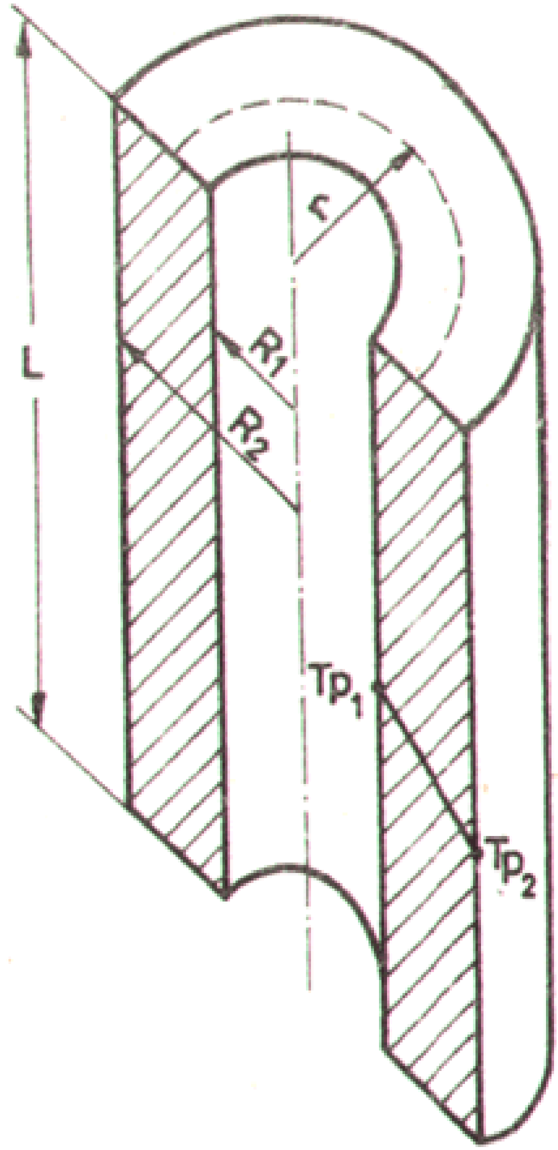

Fig. III.5
Transfer de căldură printr-un perete cilindric.

Fluxul de caldura se calculeaza cu *legea Fourier* scrisa in coordonate cilindrice:

$$Q = -\lambda A \frac{dT}{dr} \qquad \text{(III.45)}$$

Suprafata **A** fiind variabila pe raza se considera o suprafata curenta **A**, situata la o raza **r**, oarecare:

$$A = 2\pi r L \qquad \text{(III.46)}$$

si ecuatia devine:

$$Q = -\lambda 2\pi r L \frac{dT}{dr} \qquad \text{(III.47)}$$

S-a obtinut o ecuatie dierentiala cu variabile separabile, care se integreaza direct:

$$Q\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r} = -2\pi L\lambda\int_{T_{p1}}^{T_{p2}} dT \qquad \text{(III.48)}$$

de unde:

$$Q = \frac{2\pi L\left(T_{p1} - T_{p2}\right)}{\frac{1}{\lambda}\ln\frac{R_2}{R_1}} \qquad \text{(III.49)}$$

Pentru pereti cilindrici subtiri cum sunt tevile schimbatoarelor de caldura fluxul de caldura poate fi calculat cu relatia de la pereti plani, deoarece in acest caz eroarea nu depaseste 4 %.

Printr-un rationament analog pentru un perete cilindric format din mai multe straturi diferite, fluxul de caldura se calculeaza cu relatia:

$$Q = \frac{2\pi L\left(T_{p1} - T_{p2}\right)}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{R_{i+1}}{R_i}} \qquad \text{(III.50)}$$