III.4. Transfer de caldura prin convectie

Transferul de caldura prin convectie este caracteristic pentru fluide, deoarece are *loc simultan cu deplasarea si amestecarea fluidului la nivel macroscopic*. Conductivitatea insoteste intotdeauna convectia, aportul acesteia la caldura totala transferata depinde de conditiile hidrodinamice.

Convectia fortata se desfasoara in paralel cu convectia libera si conductivitatea termica, influienta acestora din urma depinzand de regimul de curgere caracerizat prin criteriul Reynolds.

S-a constatat experimental ca in conditiile curgerii turbulente inensitatea convectiei este maxima de aceia se recomanda ca vitezele fluidelor sa fie astfel alease incat curgerea sa fie turbulenta.

Daca se pune problema schimbului de caldura intre fluid si o frontiera solida, caldura trebuie sa strabata *stratul limita* care se formeaza la interfata dintre fluid si solid.

Pentru simplificarea analizei transferului de caldura intre un fluid si o frontiera solida , prin analogie cu stratul limita hidrodinamic, s-a definit un *strat limita termic*, ca fiind zona adiacenta suprafetei solide in care temperatura fluidului variaza de la o valoare pe care o are la suprafata solida, $\mathbf{T_p}$, la o valoare **T** din masa curentului de fluid.

Modelul transferului de caldura intre fluid si o suprafata solida considera ca intreaga rezistenta la transferul de caldura este concentrata in stratul limita, deoarece in afara acestuia deplasarea fluidului nefiind afectata de prezenta solidului si de fortele de frecare vascoasa, temperatura fluidului este uniforma.

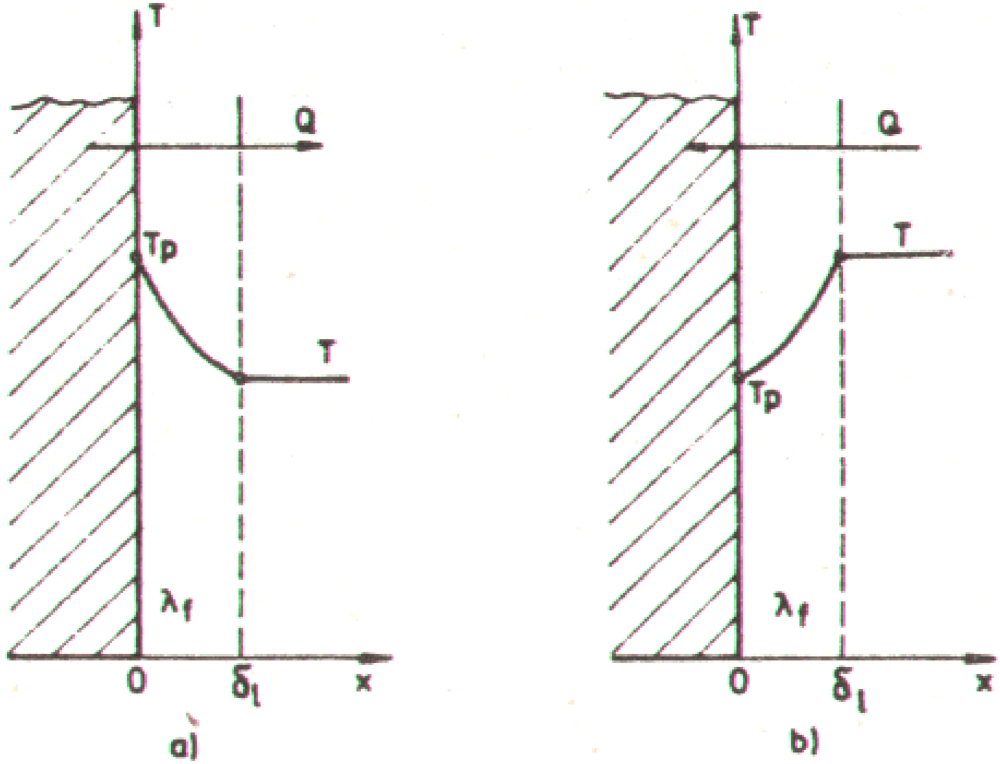

Fig. III.6
Modelul fizic al transferului de căldură între un fluid şi un perete solid (a - căldura trece de la perete la fluid; b - căldura trece de la fluid la perete).

Fluxul de caldura **Q** schimbat intre fluid si perete este proportional cu suprafata de contact, **A**, si cu diferenta de temperatura **ΔT** in stratul limita termic:

$$Q = \alpha \cdot A \cdot \Delta T \qquad \text{(III.51)}$$

Relatia de mai sus se numeste *ecuatia de racire a lui Newton*. In aceasta relatie semnificatia marimilor este urmatoarea:

α = *coeficient indivdual (partial) de transfer de caldura;*

ΔT = *forta motoare individuala (potentialul individual) al transferului de caldura.*

Potentialul individual este dat de diferenta de temperatura: $\mathbf{\Delta T=T_p-T}$, daca directia transferului de caldura este de la perete la fluid, respectiv: $\mathbf{\Delta T=T-T_p}$, daca directia transferului este de la fluid la perete (fig.III.6).

Ecuatia de racire a lui Newton nu exprima o lege fizica, ci una de definire a coeficientului individual de transfer de caldura, deoarece **α** nu este o constanta fizica caracteristica mediului fluid, ci o marime fizica care depinde, dupa o lege complexa, de mai multe variabile, incluzand proprietatile fluidului (**λ, η, ρ, $\mathbf{c_p}$**), viteza fluidului, **v**, temperatura fluidului ,**T**, si de geometria sistemului. In general:

$$\alpha = f\left(\lambda, \eta, \rho, c_p, T, v, l_1, l_2, \ldots\right) \qquad \text{(III.52)}$$

Din relatia fluxului de caldura rezulta ca **α=Q/AΔT** si ca, prin urmare, coeficientul individual de transfer de caldura *reprezinta caldura schimbata prin convectie intre fluid si unitatea de suprafata a peretelui solid, sub un potential egal cu unitatea* (1 K). Unitatea de masura a lui **α** in S.I. se deduce din ecuatia de racire a lui Newton si este:

$$\left[\alpha\right]_{SI} = \frac{W}{m^2K} \qquad \text{(III.53)}$$

Pentru stabilirea unor relatii de calcul ale lui **α**, in principiu se poate utiliza ecuatia de racire a lui Newton si ipoteza ca in stratul limita caldura se transfera prin conductivitate, adica:

$$Q = \alpha \cdot A \cdot \Delta T = -\lambda \cdot A \cdot \frac{\partial T}{\partial l} \qquad \text{(III.54)}$$

$$\alpha = \frac{-\lambda \cdot A \cdot \dfrac{\partial T}{\partial l}}{A \cdot \Delta T} \qquad \text{(III.55)}$$

Utilizarea acestei relatii implica cunoasterea gradientului de temperatura si a potentialului individual **ΔT** in stratul limita termic. Pentru a determina aceste marimi trebuie cunoscuta *legea de distributie temperaturilor in stratul limita care se stabileste prin integrarea ecuatiei diferentiale a distributiei temperaturilor intr-un fluid in miscare.*

III.4.1. Ecuatia diferentiala a distributiei temperaturilor intr-un fluid in miscare (ecuatia Fourier-Kirchhoff)

Aceasta ecuatie exprima legea conservarii energiei termice aplicata asupra unui volum elementar delimitat din masa unui fluid in curgere. Legea conservarii caldurii se aplica sub forma unui bilant termic efectuat pentru un volum elementar de forma paralelipipedica avand dimensiunile laturilor: **Δx, Δy** si **Δz**, raportat la un sistem de coordonate ortogonal (cartezian).

Deoarece fluidul din elementul de volum este in miscare, la intocmirea bilantului termic se va tine seama ca fluxul de caldura intra si iese din elementul de volum prin doua mecanisme ce se desfasoara simultan: *conductivitatea termica* si *convectia*. Bilantul termic se exprima prin relatia generala:

$$\begin{bmatrix} \text{Fluxul de caldura} \\ \text{acumulat in} \\ \text{elementul de volum prin} \\ \text{conductivitate si convectie} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Fluxul de caldura} \\ \text{intrat in} \\ \text{elementul de volum} \\ \text{prin cele doua mecanisme} \end{bmatrix} -$$

$$- \begin{bmatrix} \text{Fluxul de caldura} \\ \text{iesit din} \\ \text{elementul de volum} \\ \text{prin cele doua mecanisme} \end{bmatrix} \qquad \text{(III.56)}$$

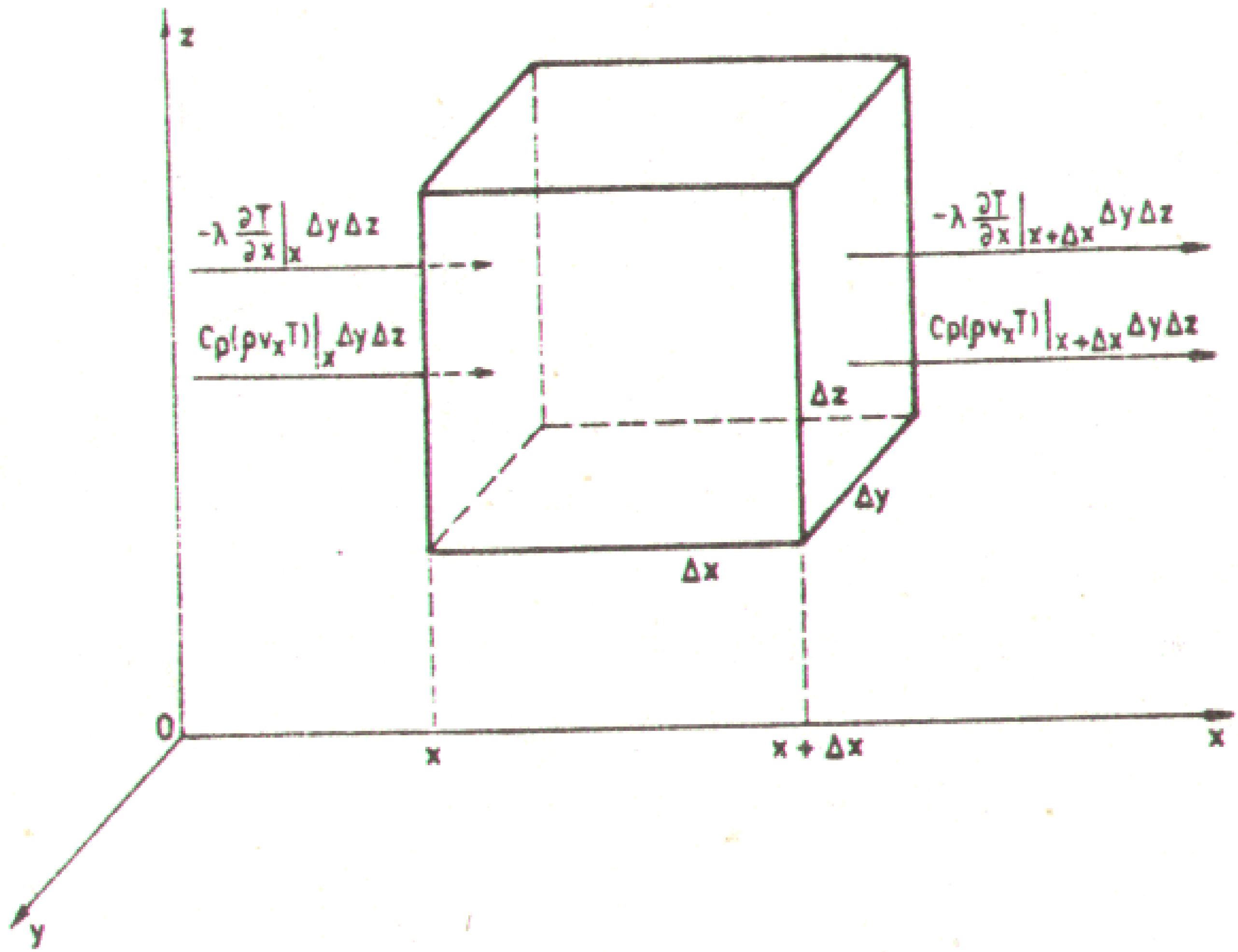

Fig. III.7
Element de volum paralelipipedic pentru deducerea ecuaţiei Fourier-Kirchhoff

Caldura totala acumulata in elementul de volum poate fi considerata ca fiind suma acumularilor dupa cele 3 directii ale sistemului de coordonate:

$$Q_{ac} = Q_{ac_x} + Q_{ac_y} + Q_{ac_z} \qquad \text{(III.57)}$$

La scrierea fluxului de caldura convectiv s-a tinut cont ca acesta poate fi exprimat prin *ecuatia calorimetrica*, adica ca produs intre *debitul masic de fluid, caldura specifica* si *temperatura fluidului*:

$$Q = M_m c_p T = \rho \cdot v \cdot S \cdot c_p \cdot T \qquad \text{(III.58)}$$

De asemenea s-a considerat ca produsul **($\rho v_x T$)** este variabil pe directia **x**.

Fluxul intrat si iesit prin conductivitate se calculeaza cu legea Fourier.

Cu aceste observatii rezulta:

- caldura acumulata dupa directia x:

$$Q_{ac_x} = \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{x+\Delta x} - \lambda \frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{x} \right) \Delta y \Delta z +$$

$$+ c_p \left[\left(\rho v_x T \right)\Big|_x - \left(\rho v_x T \right)_{x+\Delta x} \right] \Delta y \Delta z \qquad \text{(III.59)}$$

- caldura acumulata dupa directia y:

$$Q_{ac_y} = \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y+\Delta y} - \lambda \frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y} \right) \Delta x \Delta z +$$

$$+ c_p \left[\left(\rho v_y T \right)\Big|_y - \left(\rho v_y T \right)_{y+\Delta y} \right] \Delta x \Delta z \qquad \text{(III.60)}$$

- caldura acumulata dupa directia z:

$$Q_{ac_z} = \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z}\Big|_{z+\Delta z} - \lambda \frac{\partial T}{\partial z}\Big|_{z} \right) \Delta x \Delta y +$$

$$+ c_p \left[\left(\rho v_z T \right)\Big|_z - \left(\rho v_z T \right)_{z+\Delta z} \right] \Delta x \Delta y \qquad \text{(III.61)}$$

Acumularea de caldura in elememtul de volum determina variatia in timp a temperaturii fluidului din elementul de volum, astfel incat acumularea totala poate fi exprimata si prin relatia:

$$Q_{ac} = \rho c_p \Delta V \frac{\partial T}{\partial t} \qquad \text{(III.62)}$$

Se imparte relatia prin $\Delta V=\Delta x\Delta y\Delta z$ dupa care se trece la limita facand: $\Delta x \to 0, \Delta y \to 0, \Delta z \to 0$ considerand c_p si λ constante, obtinanduse:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) -$$

$$- c_p\left[\frac{\partial(\rho v_x T)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v_y T)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho v_z T)}{\partial z}\right] \qquad \text{(III.63)}$$

Aplicand proprietatile derivatelor se poate scrie:

$$\frac{\partial(\rho v_x T)}{\partial x} = T\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x}+\rho v_x \frac{\partial T}{\partial x} \qquad \text{(III.64)}$$

Se procedeaza la fel cu ceilalti termeni din membrul drept dupa care se regrupeaza termenii si se obtine:

$$\rho c_p\left(\frac{\partial T}{\partial t}+v_x\frac{\partial T}{\partial x}+v_y\frac{\partial T}{\partial y}+v_z\frac{\partial T}{\partial z}\right)=$$

$$=\lambda\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right)-$$

$$-c_p T\left[\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z}\right] \qquad \text{(III.65)}$$

Relatia de mai sus reprezinta forma generala a *ecuatiei diferentiale a distributiei temperaturilor intr-un fluid in miscare* (ecuatia **Fourier-Kirchhoff)**. Aceasta poate fi scrisa intr-o forma mai restransa prin utilizarea operatorilor matematici:

- derivata materiala (substantiala) a temperaturii:

$$\frac{DT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} \qquad \text{(III.66)}$$

- laplaceanul temperaturii:

$$\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \qquad \text{(III.67)}$$

- *divergenta produsului (ρv):*

$$\nabla(\rho v) = \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} \qquad \text{(III.68)}$$

Cu aceste notatii ecuatia distributiei temperaturilor devine:

$$\rho c_p \frac{DT}{dt} = \lambda \nabla^2 T - c_p T \nabla(\rho v) \qquad \text{(III.69)}$$

Ecuatia de mai sus se simplifica in urmatoarele conditii:

- *regim stationar*, cand: $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$ (III.70)

- *fluid necompresibil*, cand: $\nabla(\rho v) = 0$ (III.71) si ecuatia devine:

$$\rho c_p \frac{DT}{dt} = \lambda \nabla^2 T \qquad \text{(III.72)}$$

- *mediu imobil*, cand $v_x = v_y = v_z = 0$ si (III.73)

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \nabla^2 T \qquad \text{(III.74)}$$

care este tocmai ecuatia diferentiala a conductivitatii termice.

- *mediu imobil si regim stationar*:

$$\nabla^2 T = 0 \qquad \text{(III.75)}$$

Prin integrarea ecuatiei diferentiale Fourier-Kirchhoff se *obtine functia de distributie a temperaturilor in interiorul fluidului in miscare*. Aceasta functie permite determinarea gradientului de temperatura si a potentialului individual in stratul limita, in functie de care se poate stabili o relatie de calcul al coeficientului individual de transfer de caldura.

Din pacate solutiile analitice nu sunt posibile decat pentru cazurile mai simple.

In aceste conditii determinarea coeficientilor individuali de transfer de caldura se face experimental, corelarea datelor experimentale facandu-se *prin ecuatii criteriale deduse prin metodele similitudinii si analizei dimensionale*.

III.4.2. Similitudinea proceselor termice

In cazurile mai complexe coeficientii individuali se calculeaza din ecuatii criteriale care se obtin prin prelucrarea rezultatelor experimentale. Ecuatiile criteriale se obtin pornind de la ecuatia diferentiala astfel:

- *se scrie ecuatia diferentiala Fourier-Kirchhoff*

$$\rho c_p\left(\frac{\partial T}{\partial t}+v_x\frac{\partial T}{\partial x}+v_y\frac{\partial T}{\partial y}+v_z\frac{\partial T}{\partial z}\right)=$$

$$=\lambda\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right)-$$

$$-c_p T\left[\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z}\right] \qquad \text{(III.76)}$$

- se transcrie ecuatia diferentiala in forma dimensionala generalizata:

$$\left[\frac{\rho c_p T}{t}\right]+\left[\frac{\rho c_p vT}{l}\right]+\left[\frac{\lambda T}{l^2}\right]+\left[\frac{vc_p T\rho}{l}\right]=0 \qquad \text{(III.77)}$$

$$(\mathrm{I}) \qquad\qquad (\mathrm{II}) \qquad\qquad (\mathrm{III}) \qquad\qquad (\mathrm{IV})$$

- se elimina termenii care nu sunt independenti (termenii II si IV sunt identici si de aceea se retine numai unul dintre ei):

$$\left[\frac{\rho c_p T}{t}\right]+\left[\frac{\rho c_p vT}{l}\right]+\left[\frac{\lambda T}{l^2}\right]=0 \qquad \text{(III.78)}$$

$$(\mathrm{I}) \qquad\qquad (\mathrm{II}) \qquad\qquad (\mathrm{III})$$

-se transforma primul termen intr-o forma exprimata in functie de α , prin urmatorul artificiu de calcul:

$$\left[\frac{\rho c_p T}{t}\right] = \left[\frac{m c_p T}{l^3 t}\right] = \left[\frac{Q'}{l^3 t}\right] = \left[\frac{Q}{l^3}\right] = \left[\frac{\alpha l^2 T}{l^3}\right] = \left[\frac{\alpha T}{l}\right] \quad \text{(III.79)}$$

Si ecuatia dimensionala generalizata devine:

$$\underset{(I)}{\left[\frac{\alpha T}{l}\right]} + \underset{(II)}{\left[\frac{\rho c_p v T}{l}\right]} + \underset{(III)}{\left[\frac{\lambda T}{l^2}\right]} = 0 \qquad \text{(III.80)}$$

Se fac rapoarte adimensionale intre termenii ecuatiei de mai sus, obtinand doua criterii de similidudine:

Criteriul Nusselt, se obtine raportand termenul (I) la termenul (III):

$$Nu = \frac{(I)}{(III)} = \frac{\alpha T}{l} \cdot \frac{l^2}{\lambda T} = \frac{\alpha l}{\lambda} \qquad (III.81)$$

Ca semnificatie, acest criteriu exprima raportul dintre caldura totala transmisa in interiorul fluidului si caldura transmisa numai prin conductivitate.

Criteriul Peclet, rezulta din raportul termenilor (II) si (III):

$$Pe = \frac{(II)}{(III)} = \frac{\rho c_p T v}{l} \cdot \frac{l^2}{\lambda T} = \frac{\rho c_p v l}{\lambda} = \frac{vl}{a} \qquad (III.82)$$

in care : $a = \frac{\lambda}{\rho c_p}$ este coeficientul de difuzivitate termica

Functia criteriala generala este data de relatia:

$$f\left(Nu, Pe, Eu, \mathrm{Re}, Fr, We, \frac{l_1}{l_0}, \frac{l_2}{l_0}, ...\right) = 0 \qquad \text{(III.83)}$$

Functia citeriala se simplifica astfel:

- *pentru fluide omogene, We=0*

-*intre Eu si Re exista o relatie de dependnta*, asa cum rezulta din urmatorul rationament: la curgerea interna:

$$\Delta P = \lambda \frac{L}{d}\frac{\rho v^2}{2}, \quad \text{de unde}: \mathrm{Eu} = \frac{\Delta P}{\rho v^2} = \lambda \frac{L}{2d}$$

iar la curgerea externa,

$$\Delta P = \xi A_c \frac{\rho v^2}{2} \quad \text{si deci}\ Eu = \frac{\Delta P}{\rho v^2} = \xi \frac{A_c}{2}$$

$$\text{deoarece}\ \lambda = f(Re)\ \text{si}\ \xi = f(Re)$$

rezulta implicit ca Eu=f(Re) si deci criteriul Euler poate fi omis din ecuatia criteriala

- *se prefera inlocuirea criteriului Pe cu un alt criteriu, denumit Prandtl*, care are avantajul ca este exprimat numai in functie de constante fizice:

$$Pr = \frac{Pe}{Re} = \frac{\rho c_p T v}{l} \frac{\eta}{\rho v l} = \frac{c_p \eta}{\lambda} \qquad \text{(III.84)}$$

- criteriul Froude este inlocuit cu criteriul Grashof (criteriul convectiei libere):

$$Gr = Fr \cdot Re^2 \cdot \beta \cdot \Delta T = \frac{gl}{v^2}\frac{\rho^2 v^2 l^2}{\eta^2}\beta\Delta T \qquad \text{(III.85)}$$

si ecuatia criteriala devine:

$$f\left(Nu, Pr, Re, Gr, \frac{l_1}{l_0}, \frac{l_2}{l_0}, ...\right) = 0 \qquad \text{(III.86)}$$

care se expliciteaza in raport cu criteriul Nusselt si se obtine:

$$Nu = C \cdot Re^{n_1} Gr^{n_2} Pr^{n_3} \left(\frac{l_1}{l_0}\right)^{n_4} \ldots \qquad \text{(III.87)}$$

- in ***convectia libera*** nu apare Reynolds, doarece nu se poate determina viteza, si ecuatia criteriala devine:

$$Nu = C \cdot Gr^{n_1} Pr^{n_2} \left(\frac{l_1}{l_0} \right)^{n_3} \ldots \qquad (III.88)$$

- in ***convectia fortata in regim turbulent*** nu apare Grashof, iar ecuatia criteriala devine:

$$Nu = C \cdot Re^{n_1} Pr^{n_2} \left(\frac{l_1}{l_0} \right)^{n_3} \ldots \qquad (III.89)$$

Ecuatiile criteriale existente in literatura de specialitate sunt rezultatul prelucrarii unui numar mare de date experimentale efectuate in conditii particulare si limite bine precizate de variatie a parametrilor, motiv pentru care si valabilitatea acestor ecuatii este limitata.

Pentru calculul coeficientului individual de transfer de caldura, **α**, trebuie cunoscute exact conditiile in care se realizeaza convectia pentru a alege din literatura de specialitate ecuatia criteriala adecvata.

In literatura de specialitate sunt prezentate ecuatii criteriale pentru fiecare tip de convectie, care in mare, se clasifica dupa schema prezentata in tabelul urmator:

Convectia fara schimbarea starii de agregare	Convetia libera	• Pentru suprafete verticale, plane sau cilindrice; • Pentru tevi orizontale;
	Convectie fortata	• La curgerea prin conducte si canale drepte;
		• La curgerea transversala peste un fascicul de tevi;
		• La curgerea in lungul unui perete plan;
		•La curgerea printr-un strat de umplutura;
		• La curgerea in film subtire;
		• La amstecarea lichidelor cu agitatoare;

Convectia cu schimbarea starii de agregare	Condensarea vaporilor	•Pe suprafete plane sau cilindrice verticale;
		• Pe suprafata exterioara a unui fascicul de tevi orizontale;
		• In interiorul tevilor si a serpentinelor;
	Fierberea lichidelor	• Nuceata (in bule);
		• Peliculara (in film**);**